ATIVIDADES DE ENSINO SOBRE A EQUAÇÃO DO 2º GRAU:

Uma experiência pedagógica proporcionada pelo PIBID

9º ano do ensino fundamental

Andriéli Brunetto Barcellos [1]
Raquel Zanadréa [2]
Josiane de Souza[3]
Pedro Augusto Pereira Borges[4]

1. Introdução

A formação inicial de professores da educação básica é entendida como a preparação profissional decorrente das atividades propostas nos cursos de licenciatura, geralmente distribuías em disciplinas de conteúdo específico, pedagógicas e práticas de ensino. Até o fim do século XX, as práticas de ensino ocorriam predominantemente nas disciplinas de estágio supervisionado. Segundo Pimenta e Lima (2004, p. 111) "aprender a profissão docente no decorrer do estágio supõe estar atento as particularidades e as interfaces da realidade escolar em sua contextualização na sociedade". O estágio disponibiliza ao licenciando a oportunidade de pôr em ação os conhecimentos teórico-metodológicos adquiridos no caminho percorrido na Universidade. Até então, o estágio era a primeira experiência real de ensino, como destacam Ludwig e Groenwald. Para eles, o estágio tem por finalidade,

> Colocar o licenciado em situação de ensino e aprendizagem, oportunizando assim, um conjunto de experiencias e de reflexões, sendo que este é, muitas vezes, o primeiro contato que os acadêmicos têm com a sala de aula, dando-lhe assim, uma melhor visão de como "funciona" na prática. (LUDWIG e GROENWALD 2006, p. 5)

Atualmente, as licenciaturas aumentaram o número de estágios e viabilizam outras atividades de aproximação com a realidade escolar e o ambiente de sala de aula, tais como os Programas PIBID (Projeto Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência), o Programa de Residência Pedagógica e práticas de extensão.

[1] Andriéli Brunetto Barcellos. Aluna do Curso de Matemática-Licenciatura da UFFS e participante do Núcleo de Matemática do PIBID/2020. Campus Chapecó. Email: andrielibrunetto@gmail.com

[2] Raquel Zanandrea. Aluna do Curso de Matemática-Licenciatura da UFFS e participante do Núcleo de Matemática do PIBID/2020. Campus Chapecó. Email: raquelzanadrea@gmail.com

[3] Josiane de Souza. Supervisora do Núcleo de Matemática do PIBID/2020 e professora da Escola de Educação Básica Marechal Bormann em Chapecó, SC. Email: josi@unochapeco.edu.br

[4] Pedro Augusto Pereira Borges. Professor do Curso de Matemática-Licenciatura da UFFS e membro do grupo de coordenadores do Núcleo de Matemática do PIBID/2020. Email: pedro.borges.edu.br

O presente trabalho é resultado desse tipo de prática e consiste em um conjunto de atividades de ensino, elaboradas no Núcleo de Matemática[5] da edição de 2020 do PIBID/UFFS/Chapecó, cuja primeira versão foi aplicada (em modo *on line*) em uma turma do 9º ano da Escola de Educação Básica Marechal Bormann, localizada no centro do munício de Chapecó-SC, em agosto de 2021.

Devido a pandemia do Covid-19, quase a totalidade dos encontros semanais do Núcleo também foram *on line*, nos quais foram realizadas inicialmente, leituras, estudos e discussões sobre a BNCC, matemática, ensino e aprendizagem, que serviram de base para a produção de materiais de ensino e posterior aplicação nas escolas.

A escolha do tema, equação do 2º grau, foi devido à disponibilidade das turmas da supervisora no período, que com sua experiência, deu suporte à produção e aplicação das atividades em classe. Para a elaboração do material, foram utilizados alguns trechos e textos do livro didático, além de elementos das leituras do Núcleo, tais como o ensino do significado dos conceitos, a natureza argumentativa da matemática e sua representação simbólica.

2. Orientações metodológicas

A produção do material foi concebida, pensando na importância da construção dos conceitos, na argumentação e na exploração dos seus significados. Com esse enfoque, as primeiras atividades revisam o conceito e as propriedades das equações, ainda restritos à equação do 1º grau, as operações com expressões algébricas, o significado e representação simbólica do Trinômio Quadrado Perfeito. Todos esses conceitos e habilidades operatórias com os símbolos da representação algébrica são fundamentais para a resolução da equação de 2º grau, a qual foi proposta como uma extensão da resolução da equação de 1º grau. Ou seja, se na equação de 1º grau foi possível isolar a incógnita, seria possível fazer o mesmo para a equação de 2º grau? O Método de Completar Quadrados foi utilizado para resolver essa questão e demonstrar a Fórmula de Bhaskara.

[5] O Núcleo de Matemática é composto por alunos do Curso de Licenciatura em Matemática da UFFS, duas supervisoras (professoras das escolas) e três coordenadores (professores da UFFS).

Situações particulares como a equação de 2º grau incompleta podem ser exploradas com a mesma ideia de isolamento da incógnita através da aplicação de operações algébricas.

Recomenda-se que as atividades sejam aplicadas em grupo, para que os alunos executem e discutam os resultados e seus entendimentos entre si. Porém, é necessário, posteriormente, que o professor faça uma sistematização das respostas, organizando as principais conclusões e sinalizando para o desenvolvimento dos conceitos e registros em linguagem matemática.

3. Atividades de ensino

O material de ensino está organizado em duas grandes atividades: a revisão dos pré-requisitos e a resolução da equação de 2º grau. Em cada atividade são descritos os objetivos, os conteúdos, os materiais didáticos e os procedimentos. Os procedimentos devem ser disponibilizados para os alunos, para que sejam executados, com a supervisão do professor.

Em alguns procedimentos, foram acrescentados ***comentários*** em itálico/negrito para orientar a atuação do professor, os quais não devem ser disponibilizados para os alunos.

3.1. Atividade 1: Revisão do conceito e propriedades das equações

Objetivos:

1. Significar as equações com situações reais.
2. Revisar as propriedades das equações.
3. Desenvolver as habilidades de conversões com a linguagem algébrica.

Conteúdos envolvidos:

1. Equações algébricas: propriedade fundamental e princípios aditivo e multiplicativo.
2. Equação do 1º grau: Conceitos de incógnita, representação algébrica e propriedades das equações.
3. Resolução da equação do 1º Grau.
4. Operações com expressões algébricas.
5. Fatoração do trinômio quadrado perfeito.

Materiais didáticos físicos e digitais:

- Kit equações: balança de equações, bolinhas, sacos e canetões.
- Material de uso comum em sala. (cadernos, papel, quadro branco e canetões).
- Material tecnológico: computador, projetor e acesso à internet

Procedimentos:

1. Vamos admitir que 3 é igual a 3 e representar como:

   3 = 3.

   - Se adicionar 2 do lado esquerdo a igualdade continua verdadeira? 3 + 2 = 3 ?
   - O que você faria nessa igualdade para que ela ficasse verdadeira ?

   Comentário: *O professor pode repetir a ideia de "manter a igualdade verdadeira" para a subtração, multiplicação e divisão. Essa introdução é importante para induzir a propriedade fundamental das equações*.

2. Usando uma balança de dois pratos, vamos admitir uma regra para seu manuseio: **para manter o equilíbrio, só é permitido acrescentar ou retirar bolinhas ou pacote de bolinhas dos pratos**. Combinada essa regra, responda as questões:

   a) Se a balança está em equilíbrio e coloca-se 3 bolinhas no lado esquerdo, o que é necessário fazer no lado direito, para manter o equilíbrio?

   b) Uma balança está com 4 bolinhas no lado direito e 4 do lado esquerdo. Se você retirar duas do lado esquerdo, o que é necessário fazer no lado direito para manter o equilíbrio?

   c) Uma balança está com 2 bolinhas no lado direito e 2 do lado esquerdo. Se você dobrar a quantidade de bolinhas do lado esquerdo, o que é necessário fazer no lado direito para manter o equilíbrio?

   d) Uma balança está com 6 bolinhas no lado direito e 6 do lado esquerdo. Se você dividir pela metade a quantidade de bolinhas do lado esquerdo, o que é necessário fazer no lado direito para manter o equilíbrio?

Com base nas atividades acima, juntamente com os colegas e professor, elabore uma Regra Geral para colocar a balança em equilíbrio.

____

____

***Comentário**: Incentive os alunos a escrever a situação de equilíbrio usando x (ou outra letra) para representar o pacote.*
A Regra Geral esperada é: "Para manter o equilíbrio da balança, a operação feita em um lado deve ser feita também no outro lado".

3. Na balança em equilíbrio, tem um pacote de bolinhas do lado esquerdo e mais uma bolinha. No lado direito, tem 5 bolinhas. Quantas bolinhas tem no pacote?

***Comentário**: Incentive os alunos a escrever a situação de equilíbrio usando x (ou outra letra) para representar o pacote.*

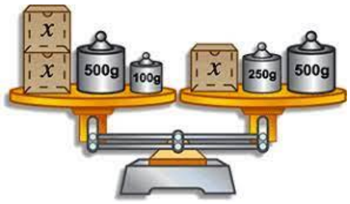
4. Determine quanta bolinhas tem no pacote para cada situação de equilíbrio:
   a) Lado esquerdo: 6 bolinhas; Lado direito: 2 pacotes.
   b) Lado esquerdo: dois pacotes e uma bolinha; Lado direito: 1 pacote e 3 bolinhas.
   c) Lado esquerdo: três pacotes e duas bolinhas; Lado direito: 1 pacote e 3 bolinhas.
   d) Lado esquerdo: 6 bolinhas; Lado direito: 2 pacotes.
   e) Lado esquerdo: dois pacotes e uma bolinha; Lado direito: 1 pacote e 3 bolinhas.
   f) Lado esquerdo: três pacotes e duas bolinhas; Lado direito: 1 pacote e 3 bolinhas.

   ***Comentário**: O professor precisa preparar cada um dos exercícios acima com o número de bolinhas correto em cada pacote. Incentive os alunos a escrever a situação de equilíbrio usando x (ou outra letra) para representar o pacote, assim como cada operação.*

   Verifique se a Regra Geral do Procedimento 3 continua válida no Procedimento 4.

5. Usando a Regra Geral determine o valor de x na balança da Figura 1.

Figura 1: um exemplo de balança de pratos



Fonte: AUTOR: Vitor Nunes, (ano: 2021)

***Comentário**: Espera-se que os alunos representem algebricamente a situação de equilíbrio proposta na figura e utilizem os princípios aditivo e multiplicativo, decorrentes da Regra Geral:*

1. *Princípio aditivo da igualdade: Adicionando ou subtraindo um mesmo número nos dois membros de uma igualdade obtém-se outra sentença que ainda é uma igualdade.*
2. *Princípio multiplicativo da igualdade: Multiplicando ou dividindo por um mesmo número (diferente de zero) os dois membros de uma igualdade obtém-se uma nova sentença que ainda é uma igualdade.*

3.2. Atividade 2: A equação de 2º grau

Objetivos:

1. Representar algebricamente o perímetro e área de figuras planas.
2. Significar a equação do 2º grau em uma situação-problema.
3. Desenvolver as habilidades de conversões com as linguagens algébrica e geométrica do mesmo objeto.

4. Demonstrar a fórmula de Bhaskara.

Conteúdos envolvidos:

1. Área e perímetro de retângulos.
2. Produto notável quadrado da soma/subtração de dois termos.
3. Fatoração do Trinômio Quadrado Perfeito.
4. Fatoração de trinômios pelo método de completar quadrados.
5. Equação do 2º grau**:** resolução e aplicações.

Materiais didáticos físicos e digitais:

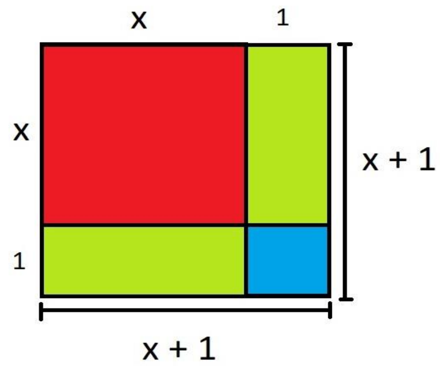
- Para estudo de área e perímetro: objetos que tenham formato de quadrado e retângulo: celular, quadro, lajota, caderno.

- Material de uso comum em sala. (cadernos, papel, quadro branco e canetões).

- Material tecnológico: computador, projetor e acesso à internet.

Procedimentos:

1. Considere o quadrado da figura cujos lados são representados pela expressão algébrica $x+1$.



Fonte: AS AUTORAS, (ano: 2022)

a) Qual é a expressão algébrica do perímetro do quadrado?

b) Qual é a expressão algébrica da área do quadrado?

c) Se x = 1 cm, qual é o perímetro e a área?

d) Se x = 2 cm, qual é o perímetro e a área?

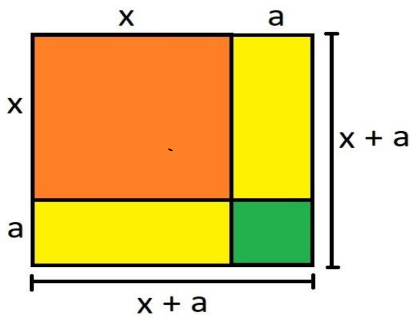
Comentário: *O professor pode explorar essa situação para caracterizar o x como uma variável. Além disso, pode mostrar que a área pode ser calculada fazendo* $(x+1)^2$ *e que isso é igual a soma da área do quadrado* (x^2) *com os dois retângulos* $2(1 \cdot x)$ *e o quadrado* $(1 \cdot 1)$*. Ou seja,*

$(x+1)^2 = (x+1)\cdot (x+1)= x^2+ 2x +1$ *. (trinômio quadrado perfeito)*

Consolidar a ideia de que se o Trinômio é quadrado perfeito ele é escrito na forma: "O quadrado do primeiro mais duas vezes o segundo mais o quadrado do segundo".

Sugestão: *Fazer a figura acima com um material didático prático que os alunos possam recortar e montar a figura, juntando o quadrado maior de área x², os dois retângulos de lado x e mais o quadrado menor de lado 1 cm. Um material que poderia ser usado para essa atividade seria e.v.a., cartolina, papelão até mesmo folha de ofício colorida.*

2. Considere o quadrado da figura cujos lados são representados pela expressão algébrica $x+a$, onde a é uma medida qualquer.



Fonte: AS AUTORAS, (ano: 2022)

- Qual é a expressão algébrica que representa a área quadrado?

Sabemos que a fórmula para calcular a área do quadrado é A= l·l ou A= l². O valor do nosso lado é x+a, então basta aplicar na fórmula:

A= $(x+a)^2 = (x+a)\cdot(x+a) = x^2+2ax+a^2$. A expressão algébrica que representa a área do quadrado é $x^2+2ax+a^2$.

Comentário: *O professor pode explorar essa situação para caracterizar o x como uma variável e o a como constante. Além disso, pode mostrar que a área pode ser calculada fazendo $(x+a)^2$ e que isso é igual a soma da área do quadrado (x^2) com os dois retângulos $2(a \cdot x)$ e o quadrado $(a \cdot a)$. Ou seja,*

$(x+a)^2 = x^2 + 2ax + a^2$. *(trinômio quadrado perfeito)*

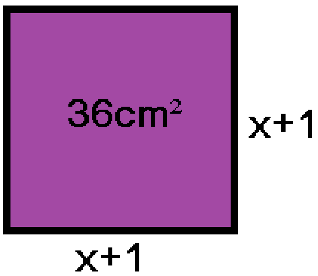
1º 2º quadrado do 2º

quadrado do 1º

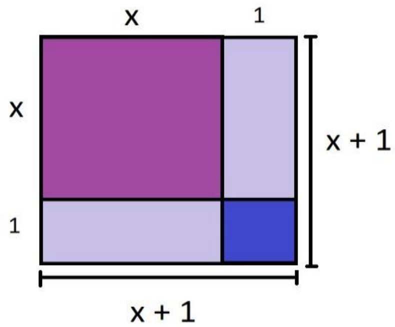
2 vezes o 1º vezes o 2º

Essa atividade é para generalizar a ideia de que se o Trinômio é Quadrado Perfeito é escrito na forma: "O quadrado do primeiro mais duas vezes o segundo mais o quadrado do segundo". Nesse caso, o primeiro termo é x e o segundo é a.

3. Sabendo que um quadrado tem área *36 cm²* e que seu lado é representado pela expressão *x+1*, qual deve ser o valor de *x*?



Fonte: AS AUTORAS, (ano: 2022).



Fonte: AS AUTORAS, (ano: 2022).

Comentário: *O professor pode incentivar os alunos a escrever o problema algebricamente:*

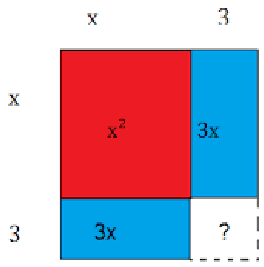
$$(x+1)^2 = 36$$

Alguns alunos poderão resolver o problema por tentativas, substituindo valores em x. Isso é fácil se x for inteiro. Mesmo assim, outra solução é aplicar a raiz quadrada nos dois membros da equação:

$x + 1 = \pm\sqrt{36} = \pm 6$
$x = \pm 6 - 1$
$x = +5$ e -7. A solução $x = -7$ não tem sentido geométrico no problema.

4. Seguindo o mesmo raciocínio, dada a equação $x^2 + 6x - 7 = 0$, ache qual é o valor que devemos acrescentar na equação para que a equação se transforme em um Trinômio Quadrado Perfeito?

Sugestão: Lembre que se um trinômio é um TQP então *"O quadrado do primeiro mais duas vezes o segundo mais o quadrado do segundo". Qual será o 1º e o 2º termo?*



Comentários:

O professor deve auxiliar o aluno a identificar que a equação não é um TQP, mas usando o Principio Aditivo ela pode se tornar um. A maior dificuldade é identificar o 1º e o 2º termo. Nesse caso, x e 3, respectivamente. Veja que o segundo termo é obtido do termo 6x = 2 · x · ***3*** *(duas vezes o 1º vezes o 2º), logo o 2º termo é 3. Assim, se acrescentamos 9 (3 ao quadrado) em ambos os lados, temos:*

$x^2+6x\ \mathbf{+9}\ -7=\mathbf{+9}$

$x^2+6x\ \mathbf{+9}\ -7+7=\mathbf{+9}+7$

$x^2+6x\ \mathbf{+9}\ =\mathbf{+16}$

$(x+3)^2=16$, aplicando raiz quadrada dos dois lados da equação: $\sqrt{(x+3)^2}=\sqrt{16}$

$x+3 = \pm 4$, obtemos como valores de x: $x'=1$ e $x''=-7$.

5. Usando como inspiração o método de completar quadrados, desenvolvido no procedimento 4, resolva a equação:

$Ax^2+ Bx +C \ = 0.$

Comentário*: Este procedimento não é simples e deve ser monitorado pelo professor. Segue abaixo, uma sequência de transformações algébricas que podem ajudar o professor a orientar os alunos.*

Usando da mesma ideia de isolar a incógnita na equação do 1º grau, faremos isso na equação do 2º grau.

$Ax^2 + Bx = -C$

Usando a mesma ideia doTrinômio Quadrado Perfeito da forma $(x+a)^2=0$.
Para que o primeiro termo do trinômio seja apenas x^2, vamos dividir toda a equação por A:

$\frac{Ax^2}{A}+\frac{Bx}{A} = \frac{-C}{A}$, *logo temos* $x^2+\frac{Bx}{A} = \frac{-C}{A}$.

Assim, o primeiro termo é x, pois x^2 é "o quadrado do primeiro".

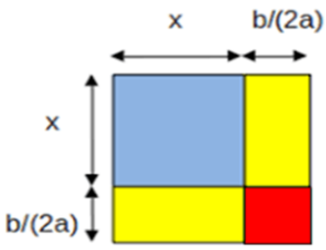
O segundo termo do trinômio é "duas vezes o primeiro vezes o segundo".

$\frac{Bx}{A} = 2 \cdot x \cdot \frac{B}{2A}$ *. Portanto, o segundo termo é* $\frac{B}{2A}$.

Então para completar o TQP do lado esquerdo, iremos acrescentar o "segundo termo ao quadro" e então:

$x^2 + \frac{Bx}{A} + (\frac{B}{2A})^2 = \frac{-C}{A} + (\frac{B}{2A})^2$ *. Fatorando o TQP do lado esquerdo, temos:*

$(x+\frac{B}{2A})^2 = \frac{-C}{A} + (\frac{B}{2A})^2$.
A representação geométrica desse Trinômio Quadrado Perfeito é:



Fonte: AS AUTORAS, (ano: 2022).

Adicionando as frações do lado direito, temos:

$(x+\frac{B}{2A})^2 = \frac{B^2-4AC}{4A^2}$

Para isolar a incógnita x, aplicamos a raiz quadrada nos dois lados da equação.

$$\sqrt{\left(x+\frac{B}{2A}\right)^2} = \pm\sqrt{\frac{-4AC+B^2}{4A^2}}$$

$$x+\frac{B}{2A} = \pm\frac{\sqrt{B^2-4AC}}{2A}$$

$$x = \frac{-B\pm\sqrt{B^2-4AC}}{2A}$$

No geral, a demonstração da fórmula de Bhaskara não é fácil, mas é importante os alunos saberem a origem das fórmulas, e aprenderem como usa-las corretamente na resoluções de problemas.

6. Resolver os exercícios usando o processo de completar quadrados:
   a) $x^2 + 4x + 4 = 0$
   b) $x^2 + 6x - 16 = 0$
   c) $x^2 - 2x - 8 = 0$

7. Resolver os exercícios usando a fórmula de Bhaskara e identificando os termos da equação:
   a) $x^2+6x+9=0$
   b) $x^2+6x+8=0$
   c) $x^2-8x+12=0$
   d) $x^2-12x+27=0$
   e) $2x^2+10x+16=0$

Comentário: *O professor pode explorar os termos da equação: o termo A é o número que acompanha o x^2, o termo B é o número que acompanha o x, e o termo C é o número linear.*
A partir da identificação dos termos, os alunos devem aplica-los na fórmula de Bhaskara e acharem os valores de x. Recomenda-se que os alunos substituam os valores de x na equação para a prova real.

Comentado [CdM1]: SUBSTITUAM a, b e c por A,B e C, RESPECTIVAMETNE

6. Referências

Livro:

BRASIL. Ministério da Educação. Secretária de Educação Média e Tecnológica. Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio. Brasília. MEC/SEMTEC, 1999. 4v

D’AMBROSIO, Ubiratan. **Educação Matemática***:* da teoria à prática. Campinas: Papirus, 1997.

DANTE, Luiz Roberto. **Formação e Resolução de Problemas de Matemática**: teoria e prática. São Paulo: Ática, 2010.

FRANÇA, Evaneila Lima. Rodrigo Schohroeder. Silva, Rubia Oliveira. Lino, Marcelo Araujo. Silva Valéria Lago. **Olhares Acerca das Atividades Desenvolvidas no Pibid por Bolsistas de Matemática da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia UESB-JQ:** III EIEMAT- Escola de Inverno de Educação Matemática. 1º Encontro do PIBID- Matemática. 2012.

GAY, Mara Regina Garcia. SILVA, Willian Raphael. **Araribá mais Matemática**: manual do professor. Organizadora: Editora Moderna. 1. ed.- São Paulo: Moderna. Unidade 3, capitulo 7- Equações do 2º grau.

PIMENTA, Selma Garrido1 LIMA, Maria Socorro Lucena. **Estágio e docência:** diferentes Revista Poíesis -Volume 3, Números 3 e 4, pp.5 - 24, 2005/2006.